Christian-Albrechts-Universität Kiel — WS 2001/2002
Institut für Informatik und Praktische Mathematik — 5. Theorieübungsblatt
Prof. Dr.-Ing Reinhard Koch
Dipl.-Inf. Jan-Michael Frahm, Dipl.-Ing. Jan Woetzel — 28.11.2001

Übungen zur Multimedialen Informationsverarbeitung

1. Aufgabe (Optischer Fluß), 5 Punkte
   Gegeben sei die Funktion $I_t(x)$ zum Zeitpunkt t_1:

   $$I_{t_1}(x) = I_0 + 4x^2,\ 0 \leq x \leq 6$$

   Zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2 verschiebt sich die Funktion um den Wert u entlang x:

   $$I_{t_2}(x+u) = I_{t_1}(x)$$

   Es werden an der Stelle $x_0 = 5$ folgende Funktionswerte gemessen: $I_{t_1}(x_0) = 120$, $I_{t_2}(x_0) = 84$.
   Berechnen Sie die Verschiebung u aus den Meßdaten und dem Funktionsverlauf $I_t(x)$, indem Sie das Prinzip des optischen Flusses anwenden.

   (a) Linearisieren Sie $I_{t_1}(x)$ um x_0. Wie lautet der Gradient in x_0? Stellen Sie die Gleichung für den optischen Fluß an der Stelle x_0 auf und lösen Sie nach u auf.

   (b) Lösen Sie die Gleichung exakt nach u, indem Sie die Meßwerte direkt in $I_{t_2}(x)$ einsetzen.

   (c) Skizzieren Sie die Lösungen a) und b) graphisch und zeigen Sie, warum a) nur eine Näherung darstellt. Wie groß ist der Fehler der Näherung?

2. Aufgabe (Fehlerausgleichung), 5 Punkte
   Gegeben seien durch Rauschen gestörte Abtastwerte einer Funktion $I(x)$ bei x = 0, 1, 2, 3, 4, mit Werten $I_k(x) = 9.8, 12.1, 14.2, 15.8, 17.9$ zum Zeitpunkt k. Zum Zeitpunkt k + 1 sind die Abtastwerte von I(x) um ein unbekanntes u verschoben, so daß gilt: $I_{k+1}(x+u) = I_k(x)$ mit $I_{k+1}(x) = 14.0, 15.9, 18.1, 19.9, 22.0$.

   (a) Berechnen Sie den Gradienten von $I_k(x)$ für die Werte x = 1, 2, 3 mit der Approximation $g(x) = (I(x+1) - I(x-1))/2$.

   (b) Berechnen Sie die unbekannte Verschiebung u durch Ausgleichsrechnung über die Folgenwerte bei x = 1, 2, 3. Stellen Sie die Meßgleichungen für den optischen Fluß an den Stellen x = 1, 2, 3 auf und lösen Sie nach u durch Minimierung des Fehlerquadrats. Wie lautet die Systemmatrix A und die pseudoinverse $(A^TA)^{-1}$ in diesem Fall? Wie lautet u?

Abgabe: *am Mittwoch, 05.12.2001, 16 Uhr in der Übung*