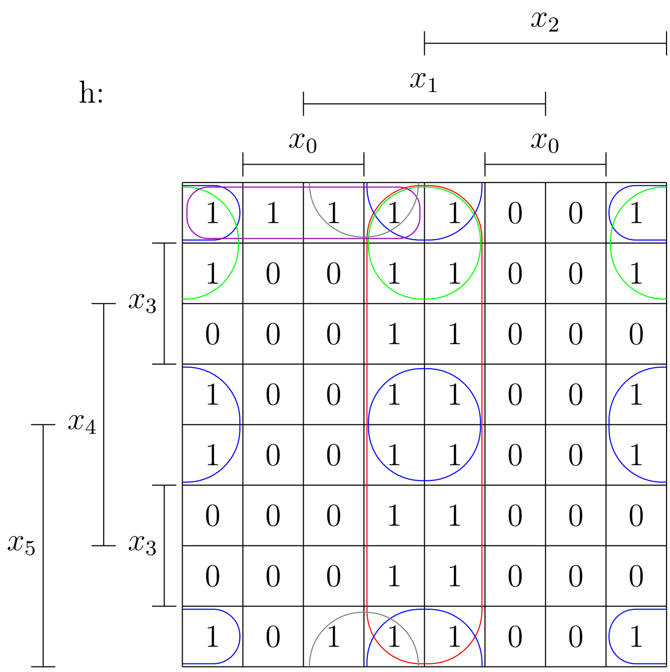
Aufgabe 1

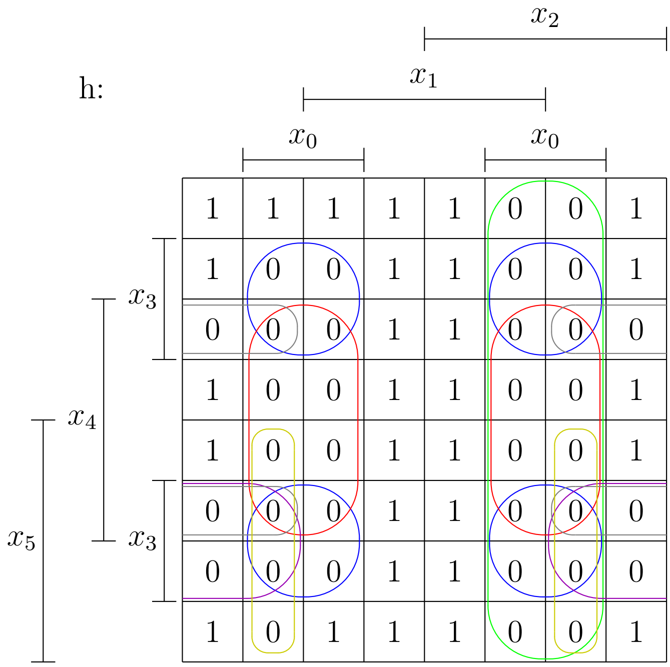
DMF:



Durch Zusammenfassen der maximalen Blöcke mit 1 ergibt sich:

$$h = x_1\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,\overline{x_0} + \overline{x_5}\,\overline{x_4}\,\overline{x_0} + \overline{x_5}\,\overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2} + \overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,x_1$$

KMF:



Durch Zusammenfassen der maximalen Blöcke mit 0 ergibt sich:

$$h = (\overline{x_4} + \overline{x_0}) \cdot (\overline{x_3} + \overline{x_0}) \cdot (\overline{x_2} + \overline{x_0}) \cdot (\overline{x_5} + \overline{x_3} + x_1) \cdot (\overline{x_4} + \overline{x_3} + x_1) \cdot (\overline{x_5} + x_1 + \overline{x_0})$$

Aufgabe 2

Algorithmus von McCluskey:

Minterm	Dezimal	Binär	2 Terme	Belegung	4 Terme	Belegung	Primterme
$\bar a \bar b \bar c \bar d$	0 $\surd$	0000	0,4 $\surd$	0-00	(0,4),(8,12)	- -00	$\bar c \bar d$
$\bar a \bar b c d$	3 $\surd$	0011	0,8 $\surd$	-000	(0,8),(4,12)	- -00	
$\bar a b \bar c \bar d$	4 $\surd$	0100	3,7	0-11	(4,5),(6,7)	01- -	$\bar a b$
$\bar a b \bar c d$	5 $\surd$	0101	3,11	-011	(4,6),(5,7)	01- -	
$\bar a b c \bar d$	6 $\surd$	0110	4,5 $\surd$	010-	(4,6),(12,14)	-1-0	$b \bar d$
$\bar a b c d$	7 $\surd$	0111	4,6 $\surd$	01-0	(4,12),(6,14)	-1-0	
$a \bar b \bar c \bar d$	8 $\surd$	1000	4,12 $\surd$	-100	2 Terme	Belegung	Primterme
$a \bar b c d$	11 $\surd$	1011	5,7 $\surd$	01-1	3,7	0-11	$\bar a c d$
$a b \bar c \bar d$	12 $\surd$	1100	6,7 $\surd$	011-	3,11	-011	$\bar b c d$
$a b c \bar d$	14 $\surd$	1110	6,14 $\surd$	-110			
			8,12 $\surd$	1-00			
			12,14 $\surd$	11-0			

Verfahren von Quine

Es wird eine Tabelle erstellt, die für jeden Minterm in der DNF eine Zeile und für jeden Primterm, der durch das Verfahren von McCluskey erzeugt worden ist, eine Spalte hat. In das Feld in der Zeile des Minterms M und der Spalte des Primterms P wird eine 1 eingetragen, wenn aus $M = 1$ folgt $P = 1$, also wenn P M überdeckt. Dann werden die dominanten Zeilen gesucht, also Zeilen, in denen nur eine einzige 1 steht. Diese Einsen in den dominanten Zeilen werden rot markiert und die Spalten, in denen rot markierte Einsen stehen, werden grau markiert. Es entsteht folgende Tabelle:

	$\overline{c}\,\overline{d}$ (0,4,8,12)	$\overline{a}\,b$ (4,5,6,7)	$b\,\overline{d}$ (4,6,12,14)	$\overline{a}\,c\,d$ (3,7)	$\overline{b}\,c\,d$ (3,11)
0	1				
3				1	1
4	1	1	1		
5		1			
6		1	1		
7		1		1	
8	1				
11					1
12	1		1		
14			1		

Die dominanten Zeilen werden gestrichen, so dass folgende Tabelle entsteht:

	$\overline{c}\,\overline{d}$ (0,4,8,12)	$\overline{a}\,b$ (4,5,6,7)	$b\,\overline{d}$ (4,6,12,14)	$\overline{a}\,c\,d$ (3,7)	$\overline{b}\,c\,d$ (3,11)
3				1	1
4	1	1	1		
6		1	1		
7		1		1	
12	1		1		

Nun werden alle nicht dominanten Zeilen markiert, die eine 1 enthalten, die auf einer markierten Spalte liegt, und diese Zeilen werden ebenfalls gestrichen. Nach dem Streichen der Zeilen, bei denen eine Eins in einer markierten Spalte steht, ist keine Zeile mehr vorhanden. Also stellt die Oder-Verknüpfung der Primterme der markierten Spalten eine DMF der Funktion dar:

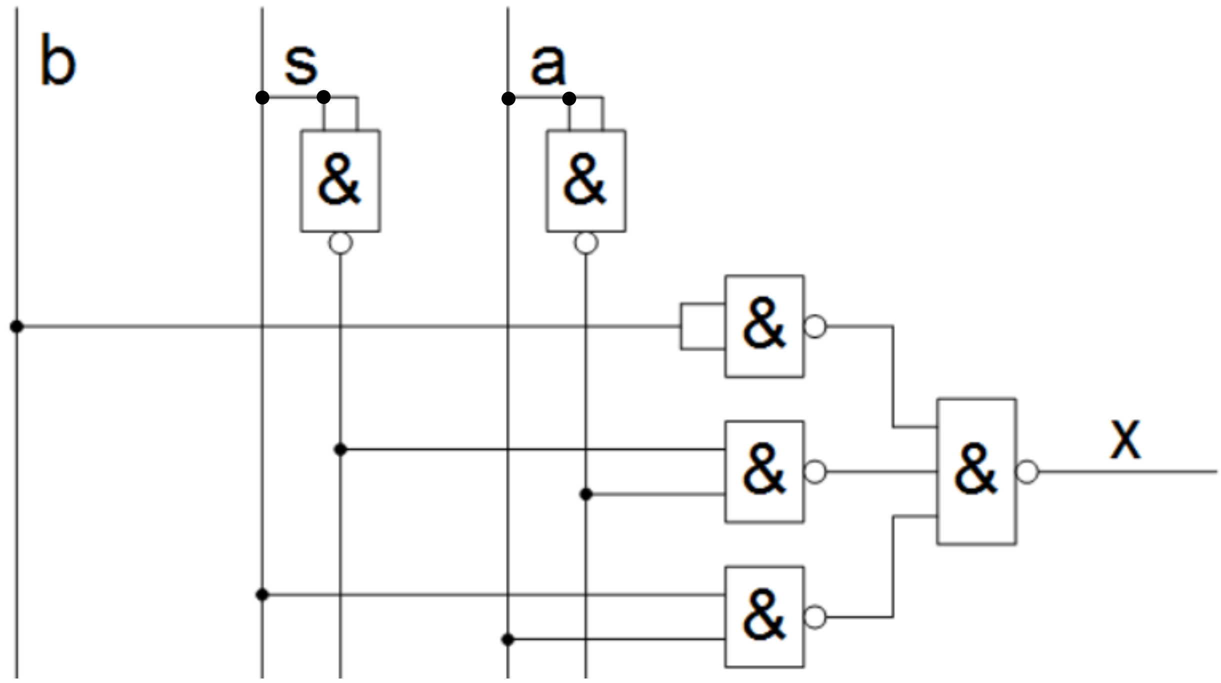
$$f = \overline{c}\,\overline{d} + \overline{a}\,b + b\,\overline{d} + \overline{b}\,c\,d$$

Aufgabe 3

(a) Um ausschließlich NAND-Gatter zu verwenden, werden in der konjunktiven Minimalform für x alle AND-Gatter und OR-Gatter durch NAND-Gatter ersetzt. Das NAND-Gatter kann auch als Inverter eingesetzt werden, indem beide Eingänge mit der zu invertierenden Variablen belegt werden (siehe Skript 2.6.5).
Alternativ ergibt sich durch Rechnung:

$$
\begin{aligned}
x &= b + \overline{s}\,\overline{a} + sa \\
&\overset{S9}{=} \overline{\overline{b + \overline{s}\,\overline{a} + sa}} \\
&\overset{S12}{=} \overline{\overline{b} \cdot \overline{\overline{s}\,\overline{a}} \cdot \overline{sa}} \\
&\overset{S4}{=} \overline{\overline{b \cdot b} \cdot \overline{\overline{s \cdot s}\,\overline{a \cdot a}} \cdot \overline{sa}}
\end{aligned}
$$

Es ergibt sich das folgende Schaltnetz mit ausschließlich NAND-Gattern für x:



(b) Um ausschließlich NOR-Gatter zu verwenden, werden in der konjunktiven Minimalform für y alle AND-Gatter und OR-Gatter durch NOR-Gatter ersetzt. Das NOR-Gatter kann auch als Inverter eingesetzt werden, indem beide Eingänge mit der zu invertierenden Variablen belegt werden (siehe Skript 2.6.5).

Alternativ ergibt sich durch Rechnung:

$$
\begin{aligned}
y &= (a+s)\cdot(s+\overline{b})\cdot(\overline{s}+\overline{a}+b) \\
&\overset{S9}{=} \overline{\overline{(a+s)\cdot(s+\overline{b})\cdot(\overline{s}+\overline{a}+b)}} \\
&\overset{S11}{=} \overline{\overline{(a+s)}+\overline{(s+\overline{b})}+\overline{(\overline{s}+\overline{a}+b)}} \\
&\overset{S3}{=} \overline{\overline{(a+s)}+\overline{(s+\overline{b+b})}+\overline{(\overline{s+s}+\overline{a+a}+b)}}
\end{aligned}
$$

Es ergibt sich das folgende Schaltnetz mit ausschließlich NOR-Gattern für y: